

Het regulier polytoop

Bij de representatie van geometrische objecten en het manipuleren van deze beschrijvingen in de eindige digitale computer wordt veelvuldig gebruik gemaakt van reële getallen en bijbehorende formules uit de wiskunde. De computer is echter eindig en kan dus niet direct deze op reële getallen gebaseerde geometrie representeren. Gehele getallen binnen een beperkt bereik, van minimum tot maximum waarde, zijn wel exact weer te geven. Daarom kan er worden afgerond naar gehele getallen (of drijvende-kommarrepresentaties), maar getallen als $1/3$, $\sqrt{2}$ of π kunnen hierbinnen niet exact gerepresenteerd worden.

Dit probleem is al lang bekend maar tot op de dag van vandaag is er nooit een echt goede oplossing gevonden. Dit heeft nog regelmatig 'onverwachte' nadelige gevolgen (paragraaf 1 gaat hier verder op in) zoals onduidelijkheid over de gelijkheid van twee objecten, problemen met het snijpunt van twee lijnen en het niet associatief zijn van operaties als doorsnede en vereniging. Daarom wordt in paragraaf 2 op basis van axioma's die direct uitgaan van de eindige (digitale) representaties, de ontwikkelde representatie onderbouwd: het regulier polytoop. Dit is een representatie die geen onderscheid maakt tussen de rand (begrenzing) en binnenkant van een object. Bovendien is het een representatie die ook in hogere dimensies kan worden gebruikt, al zal dit artikel zich tot 2D- en 3D-toepassingen beperken. Het regulier polytoop maakt gebruik van domein-beperkte rationale getallen die wel goed in een computer te representeren zijn. Vervolgens wordt aangetoond dat het regulier polytoop niet alleen maar mooie wiskundige theorie is maar ook implementeerbaar is (in een set Java-klassen). Een sterk punt van de regulier polytoop-representatie is dat deze moeiteloos kan omgaan met een omgeving waarin zowel 2D- als 3D-beschrijvingen voorkomen. Dit wordt geïllustreerd aan de hand van het modelleren van een 2D/3D-kadaster (paragraaf 3). Vervolgens worden de huidige problemen met het uitwisselen van geometrie binnen de Geografische Informatie Infrastructuur (GII) geanalyseerd en kunnen deze grotendeels worden herleid tot gebrekkige standaardisatie van een robuuste representatie (paragraaf 4). Hiervoor biedt het regulier polytoop ook de oplossing. Het artikel sluit af met de belangrijkste conclusies en een aantal onderwerpen voor vervolgonderzoek.

1. Problemen met de huidige representatie van geometrie in de computer

De definitie van 'is gelijk' (equals()) in ISO 19107) is gebaseerd op een tolerantie waarbinnen twee objecten moeten liggen. Het kan dus zo zijn dat hoewel $a = b$ en $b = c$, er toch niet geldt dat $a = c$ (fig.1). Computeralgoritmen die hier wel van uitgaan kunnen hierdoor mislopen. De ISO 19107-definitie is dan ook niet in overeenstemming met de wiskundige definitie van een gelijkheidsrelatie, daar deze dus niet transitief is.



R.J. Thompson, B.Sc., Dipl. Computer Sc., M. Eng. Sc., PhD, Principal Technical Advisor Department of Natural Resources and Water, Queensland Government, en prof.dr.ir. P.J.M. van Oosterom, GIS-t, OTB, TUDelft.

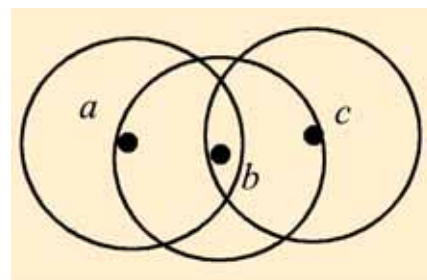


Fig. 1. Binnen de tolerantie geldt $a=b$, en ook $b=c$, maar niet $a=c$!

Als twee lijnsegmenten, die beide gedefinieerd zijn door twee eindpunten met geheeltallige coördinaten, elkaar snijden, dan is de kans groot dat het snijpunt niet met geheeltallige coördinaten kan worden beschreven. Bij afronding naar de best beschikbare beschrijving zal het snijpunt dus niet meer exact op de beide lijnen liggen maar links of rechts hiervan. De kans dat op door twee willekeurige geheeltallige coördinaten gespecificeerd lijnstuk geen enkel (geheeltallig represen-

teerbaar) tussenpunt ligt, is ongeveer 60%! [Thompson, 2007]. Daarom wordt ook bij de berekening van een snijpunt met een tolerantie gewerkt. Omgekeerd is het zo dat wanneer er met een tolerantie wordt gewerkt er nu meerdere punten op beide lijnen kunnen liggen (d.w.z. binnen de tolerantie) en dat de doorsnijding van twee niet-parallelle lijnen uit meer dan één punt zou bestaan, wat normaal niet de bedoeling is (fig. 2).

Het laatste voorbeeld laat zien dat in een eindige representatie de vereniging- en doorsnede-operaties niet meer associatief zijn; d.w.z. $A \cup (B \cap C) \neq (A \cup B) \cap C$. In de berekening van de vereniging worden snijpunten bepaald tussen de randen van de objecten. Een snijpunt moet worden afgerond naar een representeerbaar punt, waardoor de grens licht zal verschuiven. Deze verschuivingen kunnen vervolgstappen beïnvloeden. Figuur 3 laat zien dat $(A \cup B) \cap C$ resulteert in twee losse delen (door het verenigen van objecten A en B komt lijnstuk pq verder van object C te liggen, waardoor deze niet meer zal worden verenigd) terwijl $A \cup (B \cap C)$ wél resulteert in een aaneengesloten object.

2. Een alternatieve en robuuste representatie: het regulier polytoop

In het recente promotieonderzoek van [Thompson, 2007] wordt een wiskundige basis gekozen voor representatie van ruimtelijke objecten in een computer. In het proefschrift wordt een aantal aannames (axioma's) gedaan en gebruikt om een keten van argumenten samen te stellen die bewijzen dat een correcte werking van algoritmen kan worden gegarandeerd als computers aan deze axioma's voldoen. Deze bewijsketen is gebaseerd op een nieuwe representatievorm: het regulier polytoop. Deze reguliere polytopen kunnen wel exact worden opgeslagen in een computer waarmee deze weergave geen benadering meer is van een geïdealiseerd wiskundig model.

Een regulier polytoop-representatie van ruimtelijke objecten is gedefinieerd als de vereniging van een eindige verzameling van (mogelijk overlappende) convexe polytopen die op hun beurt weer zijn gedefinieerd als de doorsnede van een eindige verzame-

Fig. 2. Snijpuntberekening met tolerantie kan ertoe leiden dat meerdere punten als snijpunt kunnen worden aangemerkt.

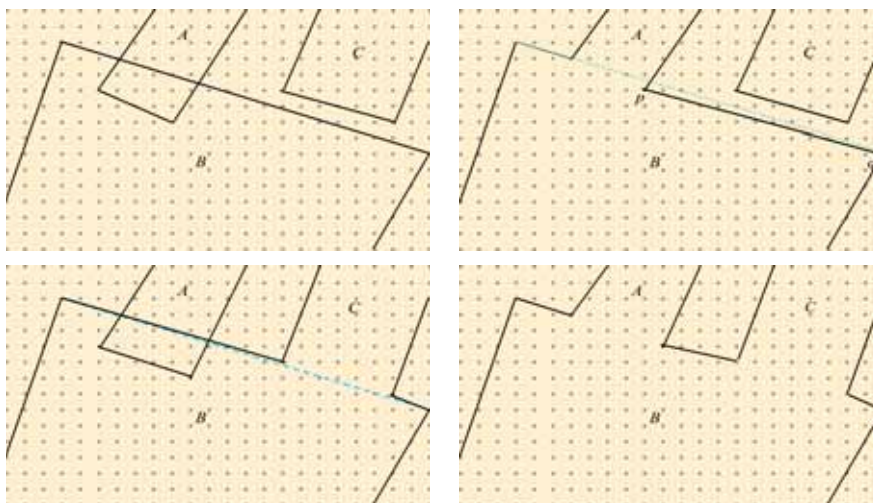
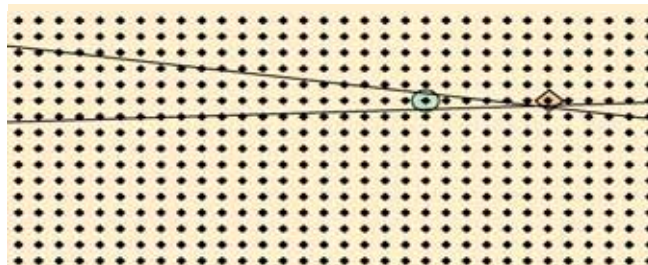


Fig. 3. Linksboven: de drie polygoon A, B en C; rechtsboven: de vereniging $(A \cup B) \cap C$ resulteert in twee losse objecten, omdat C te ver van lijnstuk pq komt te liggen; linksonder: vereniging $B \cap C$; rechtsonder: de vereniging $A \cup (B \cap C)$ leidt tot één object omdat C oorspronkelijk wél binnen de tolerantie lag van B.

ling van halfruimten. Een halfruimte kan gezien worden als de ruimte die aan een bepaalde kant van een vlak in een ruimte ligt. Deze halfruimten zijn gedefinieerd door getalrepresentaties met eindige nauwkeurigheid. De term 'regulier polytoop' heeft hier niet de betekenis als n-dimensionale generalisatie van een regelmatig polyhedron (d.w.z. één met gelijke kanten, zijden en hoeken), maar het is een combinatie van het topologische begrip 'regulier' (verzameling die gelijk is het binnenste van zijn afsluiting, 'equal to the interior of its closure') met de gangbare geometrische betekenis van 'polyhedron' (de n-dimensionale veralgemening).

In 3D is een halfruimte $H(A,B,C,D)$ gedefinieerd door een viertal gehele getallen waarvoor geldt dat $-M < A, B, C < M$, $-3M^2 < D < 3M^2$. De verzameling punten $(x, y$ en $z)$ die hierbij hoort wordt gedefinieerd door:

$$\begin{aligned} &(((A \otimes x \oplus B \otimes y) \oplus C \otimes z) \oplus D) \ominus 0 \text{ of} \\ &(((A \otimes x \oplus B \otimes y) \oplus C \otimes z) \oplus D) \ominus 0 \text{ en } A \ominus 0] \text{ of} \\ &(((B \otimes y \oplus C \otimes z) \oplus D) \ominus 0 \text{ en } A \ominus 0 \text{ en } B \ominus 0] \text{ of} \\ &[(C \otimes z \oplus D) \ominus 0 \text{ en } A \ominus 0, B \ominus 0 \text{ en } C \ominus 0], \end{aligned}$$

waarbij het half-open interval $[-M, M)$ de toegestane waarden bevat voor de ordinaten en de symbolen \oplus , \otimes en \ominus zijn gebruikt om de resultaten van optellen, vermenigvuldigen en de gelijkheidstest in computerhardware aan te duiden. De expressie $A \oplus B = A+B$ moet worden geïnterpreteerd als de uitspraak dat de optelling in de computer het correcte (wiskundige) resultaat geeft. Dit is waar voor berekeningen met gehele getallen binnen het domein maar over het algemeen niet voor drijvende-kommapberekeningen. De boven-

staande definitie met vier delen, in plaats van alleen het eerste deel $((A \otimes x \oplus B \otimes y) \oplus C \otimes z) \oplus D \odot 0$, is gebruikt om een representatie zonder aparte randen (begrenzings) te hebben. De punten die op het vlak liggen behoren of bij de ene kant of bij de andere kant (afhankelijk van de oriëntatie van het vlak). Hoewel er meerdere mogelijkheden zijn, is het gebruik van domein-beperkte rationale-getallen voor de ordinaten (x , y , en z) het meest geschikt (bij het gebruik van gehele getallen voor A , B , C , en D). Op deze wijze kunnen de doorsneden exact worden gerepresenteerd in een digitale computer, zonder tolerantie of afrondfouten. Door het doorsnijden van halfruimten kan een (mogelijk open) convex polytoop worden gedefinieerd:

$$C = \bigcap_{i=1..n} H_i \text{ waarbij } H_i, i=1..n \text{ een verzameling halfruimten is.}$$

Figuur 4 en 5 tonen respectievelijk 2D- en 3D-voorbeelden van een convex polytoop. Merk op dat de definitie van convexe polytopen kan resulteren in open objecten (fig. 4 rechts). Een kleine gesloten cirkel is gebruikt om aan te geven dat het betreffende punt bij het object hoort terwijl een open gestippelde cirkel aangeeft dat dit niet het geval is. Zo wordt een doorgetrokken lijn in deze figuren gebruikt om aan te geven dat punten op deze lijn behoren bij het object in kwestie terwijl een stippellijn aangeeft dat dit niet het geval is (in 3D is via donkere tinten van vlakken aangegeven dat deze wel tot het object behoren en lichtere tinten duiden aan dat dit niet zo is). Door het verenigen van convexe polytopen ontstaat vervolgens het regulier polytoop:

$$O = \bigcap_{i=1..m} C_i \text{ waarbij } C_i, i=1..m \text{ niet-lege convexe polytopen zijn.}$$

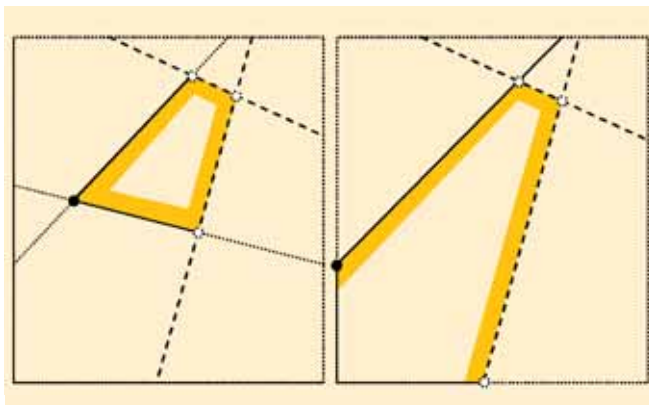


Fig. 4. Convexe polytopen in 2D gedefinieerd door halfruimten (links gesloten, rechts open).

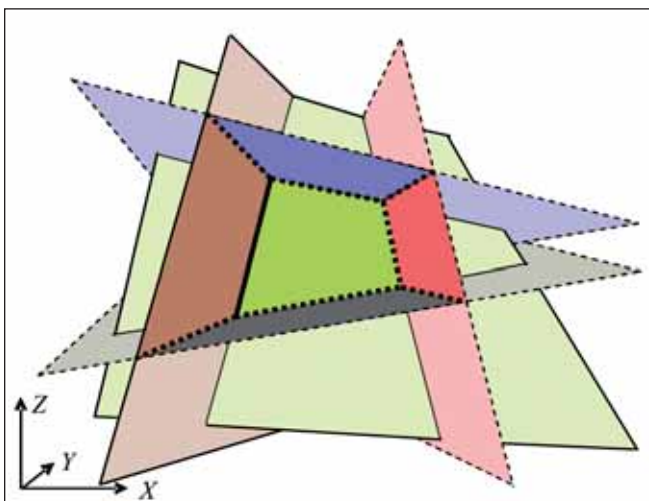
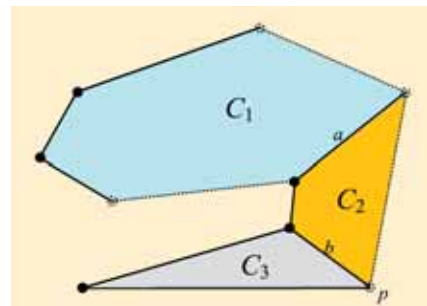


Fig. 5. Een convex polytoop in 3D gedefinieerd door halfruimten.

Figuur 6 laat een 2D-voorbeeld van een regulier polytoop zien. De gebruikte convexe polytopen zouden mogen overlappen (maar de overlap heeft geen bijzondere betekenis). Dit is overigens niet het geval in figuur 6. Merk verder op dat een regulier polytoop volgens de gegeven definitie uit meerdere niet-verbonden delen zou kunnen bestaan, maar ook dit is in het voorbeeld van figuur 6 niet het geval.

Fig. 6. Definitie van een regulier polytoop door een drietal convexe polytopen.



In [Thompson, 2007] zijn de definities verder gegeven in axiomatiche vorm, zodanig gestructureerd dat het een representatie zonder expliciete grenzen vormt, die geldig is in elke dimensie. Hoewel het hier vooral in 3D wordt gebruikt, wordt er ook een specifieke vermelding gemaakt van het gecombineerde gebruik in 2D en 3D. Dit heeft dan vele toepassingsgebieden, zoals kadastrale eigendomspercelen (zie vorige paragraaf).

Een belangrijk kenmerk is dat door de specifieke representatie van halfruimten naburige reguliere polytopen geen enkel punt gemeenschappelijk hebben en dat er ook geen enkel punt tussen hen in valt. Het is dus mogelijk om een complete partitie (opdeling) van de ruimte te maken, zodanig dat elk computationeel representeerbaar punt precies in één gebied valt. Figuur 7 toont een convexe polytope C en het complement hiervan $\bar{C} = \bigcup_{i=1..4} C_i$.

Merk op dat C en \bar{C} geen enkel punt gemeenschappelijk hebben, maar samen wel de gehele ruimte bedekken. Bijzonder is ook dat het regulier polytoop geen (hoek)punten gebruikt om de metrische informatie te representeren zoals dit wel gebeurt in de meer traditionele weergaven van polygonen (in 2D) en polyhedra (in 3D). Bij reguliere polytopen wordt de metrische informatie gespecificeerd via de halfruimten door drie of vier (in respectievelijk 2D en 3D) gehele getallen.

Het regulier polytoop is een representatie die als opslagstructuur voor ruimtelijke objecten kan dienen. Dit moet niet worden gezien als het enige onderzoeksobject, maar eerder als een goed voorbeeld voor rigide methoden om ruimtelijke gegevens te representeren en op te slaan.

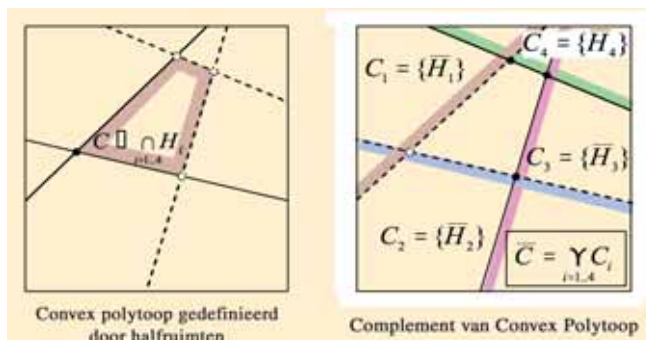
Dat deze specifieke representatie scherp gedefinieerd en exact geïmplementeerd kan worden, demonstreert dat een dergelijke rigiditeit mogelijk is en opent de mogelijkheid dat andere digitale geometrische representaties op vergelijkbare wijze kunnen worden geanalyseerd. Het regulier polytoop is een bijzonder handelbaar concept voor dit type van analyse, vandaar de keuze voor dit concept. Dit in tegenstelling tot de structuren in de hedendaagse systemen die veel complexer zijn op dit vlak. Met name drijvende-kommagetallen leiden tot een aanzienlijk hoger niveau van complexiteit en alleen de meest basale topologische eigenschappen kunnen worden bewezen als drijvende-kommaoperaties worden gebruikt.

Bijzondere aandacht is verder in het proefschrift besteed aan het onderwerp 'verbondenheid', zowel binnen een regulier polytoop als tussen meerdere reguliere polytopen. Gebaseerd op gehele of domein-beperkte rationale getallenrekenkunde wordt aangetoond dat de strenge logica van topologie, de 'Boolean connection algebra' [Düntsch en Winter, 2004] en de 'region connection calculus' [Randell et al., 1992] gerealiseerd kunnen worden in de database-implementatie zelf. Hiermee hebben dergelijke databasestructuren geen last van de eerder besproken falende logica.

3. Modelleren op basis van het regulier polytoop

De theoretische basis is vervolgens toegepast op een daadwerkelijk databaseontwerp, waarbij verschillende alternatieven onderzocht zijn. Om de praktische haalbaarheid van het concept aan te tonen is daarom een verzameling Java-classes ontwikkeld en getest. In tabel 1 wordt de benodigde hoeveelheid opslagruimte van een zestal kunstmatige datasets vergeleken, elk opgeslagen in de traditionele typen zoals in bijvoorbeeld Oracle Spatial beschikbaar (polygon in 2D en polyhedron in 3D) en in het regulier polytoop.

Fig. 7. Het complement van een convex polytoop.



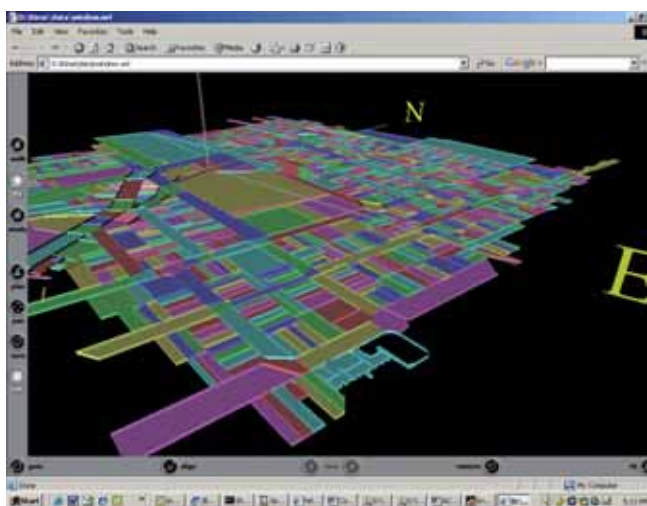
Tabel 1. Omvang van de opslag van niet-topologische representaties.

	polygon/hedron	regulier polytoop
2D, 4 zijden	96 bytes	144 bytes
2D, 100 zijden	864 bytes	1860 bytes
2D, 10000 zijden	80 kb	165 kb
3D, 6 vlakken	404 bytes	212 bytes
3D, 100 vlakken	5686 bytes	2344 bytes
3D, 10000 vlakken	560 kb	207 kb

Hieruit blijkt dat in 2D het regulier polytoop ongeveer twee keer zoveel opslag gebruikt maar dat deze in 3D minder opslagruimte nodig heeft dan de traditionele aanpak.

De regulier polytoop aanpak kan zowel worden gebruikt voor het modelleren van losse objecten (zonder direct met burens verbonden te zijn) als voor toepassingen die uitgaan van een opdeling van de ruimte (partities). Bij partitiemodelleren kan er van een topologische codering gebruik worden gemaakt zodat complementaire halfruimten via gedeelde representaties (A, B, C, D) efficiënt kunnen worden opgeslagen. Een fraaie eigenschap van een op reguliere polytopen gebaseerde partitie is dat elk punt exact bij één object hoort en dus nooit op de grens tussen twee objecten valt.

Fig. 8. Overzicht van het test gebied.



Als praktijkproef is een dataset met ongeveer duizend kadastrale percelen van het kadaster in Queensland (Australië) geladen (fig. 8). Dit betreft een halfstedelijk gebied met een gemiddelde dichtheid en complexiteit. Het gebied bevat voornamelijk gewone 2D-percelen maar ook een beperkt aantal 3D-volumepercelen. Het gebruik van de percelen varieert van wonen, licht-commercieel en licht-industrieel tot recreatief gebruik.

De gebruikelijke kadastrale percelen staan bekend als 2D-percelen maar zoals [Stoter, 2004] reeds opmerkt betreft dit feitelijk het eigendom van een volume waarbij de hoogte en de diepte niet expliciet zijn vastgelegd. De representatie is dus 2D terwijl het recht 3D is. Aangezien het regulier polytoop niet gesloten hoeft te zijn in alle richtingen is het een zeer natuurlijke representatie voor een gecombineerde weergave van 2D- en 3D-percelen. Hierbij worden dan de 2D-percelen als prisma's met verticale zijden en zonder onder- of bovenkant weergegeven. Het is in deze context dan ook betekenisvol om te vragen of een 2D-perceel overlap heeft met een 3D-volumeperceel. In het voorbeeld van figuur 9 overlappen de 2D-percelen A en B niet met het volumeperceel C maar overlappen het 2D-perceel D en de weg wel met het volumeperceel C. Het schaduwgebied onder C geeft de voetafdruk van C weer op het maaiveldniveau.

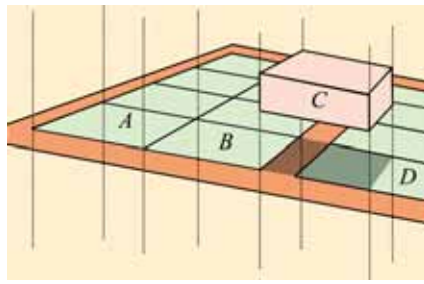


Fig. 9. Combineren van 2D- en 3D-kadastrale percelen.

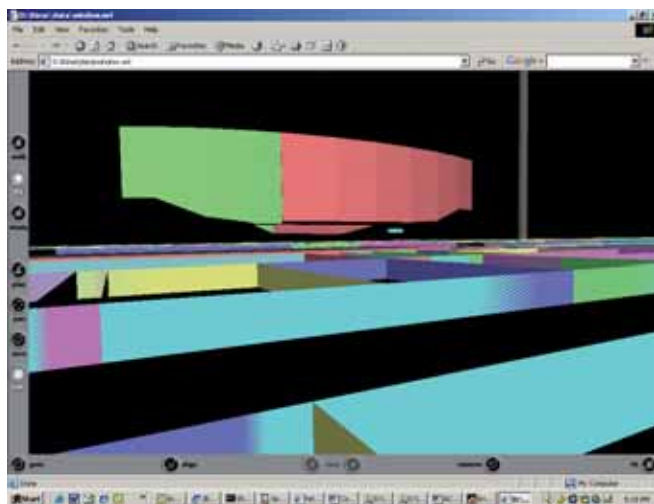


Fig. 10. Detail van twee 3D-percelen (rood en groen) met een derde (blauw) op de achtergrond. Gewone 2D-percelen zijn weergegeven via een lage verticale wand op de grens. De verticale grijze cilinder geeft de Z-as weer in VRML-viewer.

Figuur 10 en 11 tonen nog een aantal werkelijke situaties van gecombineerde 2D- en 3D-percelen in het testgebied. Figuur 10 toont een aantal 3D-percelen die de ruimte van boven de weg hangende delen van een stadion representeren; zie ook [Stoter 2004, blz. 269-272] voor een impressie van dezelfde percelen. Figuur 11 toont tenslotte de uitbouw op de eerste verdieping van een restaurant boven de openbare stoep.

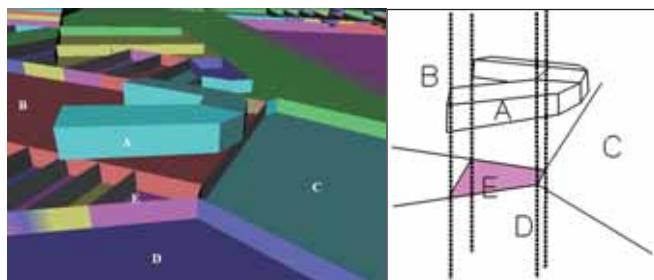


Fig. 11. 3D-perceel temidden van 2D-percelen (volumeperceel A en 2D-perceel E vormen tezamen het restaurant. Perceel A hangt boven de stoep/weg, die is weergegeven door de 2D-percelen B, C en D).

4. Robuuste definitie voor data-uitwisseling: standaardisatie noodzakelijk

De hiervoor geïntroduceerde regulier polytoop aanpak maakt het mogelijk om data correct te beschrijven in een computer die werkt met eindige getallen. Hiermee komt er

zicht op een definitie van geldige (valide) objecten en robuuste representaties die niet leveranciersspecifiek zijn. Daarmee zou uitwisseling in robuust formaat een belangrijke bijdrage kunnen leveren aan de voor een goed functionerende GII noodzakelijke gegevensuitwisseling. Om die gegevensuitwisseling goed te ondersteunen is een degelijke en consistente verzameling standaarden nodig. De meest basale vereiste is standaardisatie van de gebruikte geometrische concepten: de primitieve modelleerelementen om de objecten uit de echte wereld te representeren. Dit is een terrein waar nog het nodige werk moet worden gedaan [Van Oosterom *et al.*, 2004], maar waar ook al vooruitgang is geboekt door groepen zoals Technisch Comité 211 van de Internationale Standaardisatie Organisatie (ISO TC211) en het Open Geospatial Consortium (OGC).

Momenteel wordt het succes van de standaardisatieactiviteiten beperkt door de eis van een zuivere leveranciersneutrale aanpak om inmenging in de kwestie hoe ruimtelijke gegevens omgezet kunnen worden naar een interne representatie te voorkomen. Zo zwijgen bijvoorbeeld de standaarden of de coördinaatwaarden in drijvende-komma- of gehele-getallenformaat [Lott, 2004] zouden moeten worden opgeslagen. Hierdoor worden de definities uitgedrukt in wiskundige termen; daarmee de oneindige nauwkeurigheid veronderstellend van reële getallen. De vraag hoe dit in de drijvende-komma- of gehele getallen van de computersystemen moet worden vertaald wordt aan de uitvoerder/programmeur overgelaten. Zo is er bijvoorbeeld geen gestandaardiseerde interpretatie van de relatie 'is gelijk' tussen geometrische objecten. Verder worden de definities van valide objecten in het algemeen bepaald door uitvoerders; bijvoorbeeld [Kazar *et al.*, 2007].

Als standaardisatieactiviteiten moeten leiden tot een situatie waarbij ruimtelijke gegevens zonder handmatig ingrijpen, opschonen en corrigeren kunnen worden uitgewisseld dan is er een strenge logica nodig om de standaarden te onderbouwen en om de definitie van valide objecten te specificeren. De taal van de ruimtelijke databases is ingebed in de taal van de wiskunde met operatienamen zoals 'vereniging'

en 'doorsnede' en het gebruik van vectorachtige representaties. De huidige gangbare geometrische representaties zoals polygonen in 2D of polyhedra in 3D leiden wellicht tot de indruk dat de representaties een topologische ruimte vormen (en/of een vectorruimte) maar dit is helaas niet het geval, zoals bleek uit de voorbeelden in de eerste paragraaf. Het gebruik van het regulier polytoop biedt ook hier de oplossing.

Conclusie

Met het regulier polytoop is aangetoond dat het wel degelijk mogelijk is om geometrische objecten robuust te representeren in een digitale omgeving; theorie en praktijk gaan hier hand in hand. De oplossing heeft niet alleen maar voordelen: zo is het flink wennen om objecten niet door hoekpunten (en zijden) te definiëren maar met halfruimten als basiselement. Toch heeft deze aanpak ook direct weer voordelen: het sluit erg goed aan bij moderne inwintechnieken als laserscannen waarbij getracht wordt objecten te reconstrueren door het zoeken van vlakken door de gemeten puntenwolken. Verder onderzoek is nodig naar regulier polytopen die zijn opgebouwd met niet-platte begrenzingen zoals cirkelbogen (in 2D) of delen van bollen- en cilinderoppervlakken (in 3D). Regulier polytopen representeren alleen de hoogst-dimensionale objecten in een gegeven ruimte; bijvoorbeeld alleen volumeobjecten in een 3D-ruimte en vlakobjecten in een 2D-ruimte. Nader onderzoek moet uitwijzen of ook lager-dimensionale objecten op elegante wijze zijn in te passen zodat bijvoorbeeld ook punt-, lijn- en vlakobjecten in 3D kunnen worden toegepast. ■

Literatuur

- Düntsch, I. en M. Winter, *Algebraization and Representation of Mereotopological Structures*. Relational Methods in Computer Science 1-2004, p. 161-180.
- Kazar, B.M., R. Kothuri, P. van Oosterom en S. Ravada. *On Valid and Invalid Three-Dimensional Geometries*. 2nd International Workshop on 3D Geo-Information: Requirements, Acquisition, Modelling, Analysis, Visualisation, 12-14 december 2007, Delft.

- Lott, R., *OGC Abstract Specification Topic 2, Spatial referencing by coordinates*. 04-046r3, 2004.
- Randell, D.A., Z. Cui en A.G. Cohn. *A spatial logic based on regions and connection*. 3rd International Conference on Principles of Knowledge Representation and Reasoning, Cambridge MA, USA, Morgan Kaufmann, 1992.
- Stoter, J., *3D Cadastre*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2004.
- Thompson, R.J., *Towards a Rigorous Logic for Spatial Data Representation*, PhD thesis, Delft University of Technology, 2007.
- Van Oosterom, P., W. Quak en T. Tijssen, *About Invalid, Valid and Clean Polygons*. Developments In Spatial Data Handling. P. F. Fisher. New York, Springer-Verlag: 1-16, 2004.

Samenvatting

Het regulier polytoop

Het representeren van geo-informatie in een eindige digitale computer en het werken met deze representaties geeft soms onverwachte fouten doordat de achterliggende wiskunde uitgaat van reële getallen (met oneindige nauwkeurigheid). In dit artikel wordt een oplossing voorgesteld om een representatie te baseren op axioma's die bewijsbaar te ondersteunen zijn in een eindige digitale computer: het regulier polytoop. Er is een prototype implementatie van het regulier polytoop datatype gemaakt en deze is vervolgens getest met echte gegevens. Bijzonder is dat de representatie ook erg geschikt is voor het combineren van objecten van verschillende dimensies; in de gepresenteerde test een mix van 2D en 3D kadastrale percelen.

Summary

The regular polytope

The representation of geo-information in a finite digital computer and working with these representations sometimes leads to unexpected error, because the mathematics behind this is based on real numbers (with an infinite accuracy). This article presents a solution to base a representation on axiomata that can be proven to be supported in a finite digital computer: the regular polytope. A polytope implementation of the regular polytope data type has been created and this one has been subsequently tested with real data. It is striking that the representation is suitable for combining objects in different dimensions; in the test presented this is a mix of 2D and 3D cadastral parcels.

Résumé

Le polytope régulier

La représentation de géo-information dans un ordinateur digital fini et le fait de travailler avec des représentations donnent parfois des résultats inattendus parce que les mathématiques qu'on utilise sous-entendent des nombres réels (avec une précision infinie). Dans cet article on propose une solution tendant à représenter par le biais d'axiomes qui peuvent être démontrés dans un ordinateur à calcul fini : le type de données de polytope régulier.