

# Een TEN-gebaseerde aanpak voor 3D-topografie

Topografische objecten zoals gebouwen, infrastructuur en kunstwerken worden steeds complexer door toenemend meervoudig ruimtegebruik. Vergrote bewustwording van het belang van duurzame (stedelijke) ontwikkelingen verhoogt de behoefte aan 3D-plannings- en analysemogelijkheden. Als gevolg hiervan moeten topografische producten worden uitgebreid naar de derde dimensie. Een onderzoek naar de modellering hiervan vindt plaats binnen het Bsik RGI-project '3D-topografie'. In dit artikel wordt een nieuw 3D-topologisch datamodel gepresenteerd, gebaseerd op de wiskundige theorie van de Poincaré-algebra.

**D**e meeste topografische producten representeren de werkelijkheid via een afbeelding in twee dimensies. Echter, de topografische objecten (fysieke objecten, zoals gebouwen, wegen, tunnels, viaducten, enz.) worden steeds complexer door het toenemende meervoudige ruimtegebruik. Dit vraagt om 3D-datamodellen ter ondersteuning van 3D-planning en -analyse, in tegenstelling tot de eerdere 3D-GIS-ontwikkelingen die vooral op de visualisatie gericht waren. Een kenmerk van topografische producten is

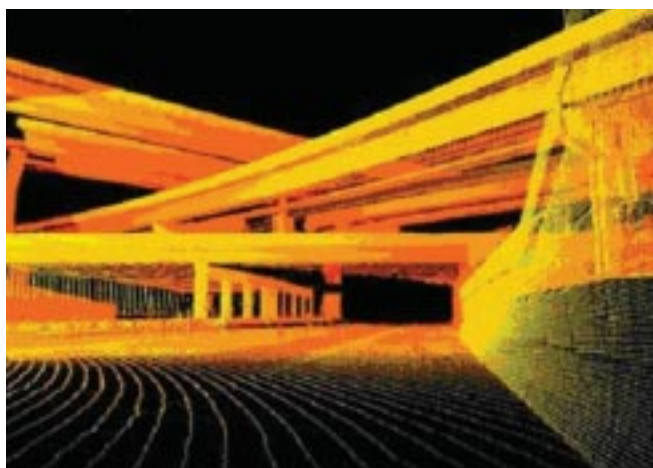


Fig. 1. Terrestrisch laserscannen geeft inzicht in complexe constructies.



Prof.dr.ir. P.J.M. van Oosterom  
en ir. F. Penninga,  
sectie GIS-technologie, TU Delft.  
Email oosterom@otb.tudelft.nl

hun brede variëteit aan toepassingen met als gevolg dat het niet mogelijk is om de productdefinitie voor één specifieke toepassing te optimaliseren. Dankzij de continue ontwikkelingen op het gebied van de sensortechnologie [Vosselman, 2005] komen er meer en meer 3D-gegevens beschikbaar. Bovendien nemen de nauwkeurigheid en punt dichtheid en daarmee ook de gegevenshoeveelheden toe. Fig. 1 toont een voorbeeld van terrestrisch laserscannen.

Er is een groot aantal onderzoeken verricht naar 3D-datamodellering; vele ervan zijn samengevat en vergeleken in [Zlatanova, 2002]. Het uitbreiden van topografische datamodellen naar de derde dimensie is vooral relevant voor grootschalige topografie. Het waarborgen van de integriteit en het zorgen voor goede performance zijn belangrijke eisen. Vandaar dit onderzoek om de 3D-datastructuur te implementeren in een ruimtelijke database, gebaseerd op een 'Tetraeder Netwerk' (TEN). Een TEN heeft namelijk een aantal goede eigenschappen zoals: eenduidige definitie van driehoeken (per definitie vlak), aanwezigheid van topologische relaties, goede onderhoudbaarheid, visualisatie via driehoeken en flexibi-

liteit om meer complexe objecten te vormen. Het model is gebaseerd op de theorie van de Poincaré-algebra en heeft daarmee een solide fundament.

## 3D-topografisch model in een TEN-datastructuur

Als we topografie zien als de verzameling van fysieke objecten kunnen er twee opmerkingen worden gemaakt voor wat 3D-topografisch modelleren betreft:

1. de fysieke objecten hebben per definitie een inhoud (volume). Er bestaan in de werkelijkheid geen echte punt-, lijn- of vlakobjecten; er bestaan slechts punt-, lijn-, of vlakrepresentaties op een gegeven generalisatieniveau. Welke weergave zou moeten worden gebruikt is aangegeven in het Digitaal Cartografisch Model (DCM), maar niet in het Digitaal Landschaps Model (DLM) dat de 3D-topografie bevat;
2. de fysieke werkelijkheid kan beschouwd worden als een volume-partitie: een verzameling van niet-overlappende volume-objecten die tezamen de te modelleren ruimte geheel vullen. Als gevolg hiervan zijn objecten als 'aarde' en 'lucht' expliciet onderdeel van de fysieke werkelijkheid en dus van het model.

De topografische gegevensverzameling bestaat dus uit volumeobjecten. Toch kunnen in sommige gevallen ook vlakobjecten nuttig zijn aangezien deze belangrijke overgangen markeren tussen twee volumeobjecten. Vlakobjecten kunnen hun eigen attributen hebben, zoals oppervlaktemateriaal en kleur, maar ze kunnen niet bestaan zonder de aanwezigheid van deze volumeobjecten. Een vlakobject kan worden gezien als de eerste afgeleide van een volumeobject (en dit zou herhaald kunnen worden voor lijn- en puntobjecten). In het UML-klassediagram (fig. 3a en 3b) zijn de vlakobjecten dan ook als associatieklassen gemodelleerd.

De keuze om expliciet 'lucht' en 'aarde'-objecten mee te nemen (eigenlijk de 'lege' ruimte tussen de fysieke objecten) is mede ingegeven door het feit dat deze 'lege' ruimte vaak het onderwerp van analyse is. In geval van

modelleren van luchtverontreiniging, dijkdoorbraak of overstroming, is de gebruiker geïnteresseerd in wat er met deze 'lege' ruimte gebeurt.

### Poincaré algebra

De TEN is de 3D-tegenhanger van het welbekende TIN (getrianguleerd onregelmatig netwerk). Behalve knopen, zijden en driehoeken, bestaat een TEN uit tetraheders voor het presenteren van volumeobjecten. Knopen, zijden, driehoeken en tetraheders zijn alle simplexen, dat wil zeggen de meest eenvoudige primitieven in de gegeven dimensie. Het modelleren van 3D-objecten met simplexen is beschreven door [Carlson, 1987]. Het gebruik van simplexen heeft een aantal voordelen:

1. simplexen zijn goed gedefinieerd: een  $kD$  simplex wordt begrensd door  $k+1$   $(k-1)D$  simplexen [Egenhofer et al, 1989]; voorbeeld: een 2D-simplex (driehoek) wordt begrensd door drie 1D-simplex (zijden);
2. vlakheid van elke driehoek, aangezien drie punten per definitie in een vlak liggen;
3. elke simplex is convex, ongeacht de dimensie.

Een direct gevolg van het goed gedefinieerde karakter van simplexen en daarmee een TEN, is de beschikbaarheid van 3D-topologische relaties. Daar waar in 2D (TIN) veel belangrijke topologische relaties zijn gerelateerd aan de zijde (bijvoorbeeld: een zijde heeft een driehoek links en een driehoek rechts), zijn in 3D veel van de belangrijke relaties te vinden op het niveau van de driehoek. Elke driehoek begrenst twee tetraheders. Links en rechts zijn betekenisloos in 3D maar via de ordening van de zijden binnen een driehoek kan de richting van de normaalvector van de driehoek worden bepaald. Hiermee kan dus een tetraheder in positieve en negatieve richting worden aangegeven. De  $n$ -dimensionale simplex wordt gedefinieerd door  $n+1$  knopen en dit wordt als volgt genoteerd:  $S_n = \langle x_0, \dots, x_n \rangle$ .

De eerste vier simplexen zijn dus respectievelijk van 0D naar 3D:  $S_0 = \langle x_0 \rangle$ ,  $S_1 = \langle x_0, x_1 \rangle$ ,  $S_2 = \langle x_0, x_1, x_2 \rangle$ , en  $S_3 = \langle x_0, x_1, x_2, x_3 \rangle$ . De  $(n+1)$  knopen geven  $(n+1)!$  combinaties van deze knopen, oftewel resp. 1, 2, 6 en 24 opties voor 0D, 1D-, 2D- en 3D-simplex. Voor  $S_1$  zijn de twee combinaties  $\langle x_0, x_1 \rangle$  and  $\langle x_1, x_0 \rangle$ , waarvan de eerste (van begin naar einde) positief (+) wordt genoemd en de tweede negatief (-). De 2D-simplex heeft zes combinaties  $S_2$ :  $\langle x_0, x_1, x_2 \rangle$ ,  $\langle x_1, x_2, x_0 \rangle$ ,  $\langle x_2, x_0, x_1 \rangle$ ,  $\langle x_2, x_1, x_0 \rangle$ ,  $\langle x_0, x_2, x_1 \rangle$  en  $\langle x_1, x_0, x_2 \rangle$ . De eerste drie hebben de tegenovergestelde oriëntatie aan de tweede set van drie, dus er kan worden gesteld dat  $\langle x_0, x_1, x_2 \rangle = - \langle x_2, x_1, x_0 \rangle$ . De positieve oriëntatie is tegen de klok indraaiend (+) en de negatieve oriëntatie is met de klok meedraaiend (-). Voor de 3D-simplex  $S_3 = \langle x_0, x_1, x_2, x_3 \rangle$  zijn er 24 verschillende combinaties, waarvan er twaalf gerelateerd zijn aan de positief georiënteerde tetraheder (+, alle normaalvectoren wijzen naar buiten) en de overige twaalf betreffen de negatief georiënteerde tetraheder (-, alle normaalvectoren wijzen naar binnen). Aangezien er dus verschillende equivalentenotaties zijn, is het handig om een afspraak te maken over de voorkeursnotatie, bijvoorbeeld de combinatie met positieve oriëntatie met knopen met de

laagste id's als eerste. Volgens de Poincaré-algebra bestaat de grens van een simplex uit de volgende som van (n-1) dimensionale simplexen (weglaten van de i<sup>de</sup> knoop en het om en om afwisselen van de + en - tekens):

$$\partial S_n = \sum_{i=0}^n (-1)^i \langle x_0, \dots, x_i, \dots, x_n \rangle$$

Dus de grens van  $\partial S_1 = \langle x_0, x_1 \rangle$  is  $\langle x_1 \rangle - \langle x_0 \rangle$  en de grens van  $\partial S_1^{neg} = \langle x_1, x_0 \rangle$  zou zijn  $\langle x_0 \rangle - \langle x_1 \rangle$ . De grens van  $\partial S_2 = \langle x_0, x_1, x_2 \rangle$  is  $\langle x_1, x_2 \rangle - \langle x_0, x_2 \rangle + \langle x_0, x_1 \rangle$ . Op soortgelijke manier kunnen de grenzen van de andere vijf combinaties van  $S_2$  gegeven worden. Tenslotte de grens  $\partial S_3 = \langle x_0, x_1, x_2, x_3 \rangle$  is  $\langle x_1, x_2, x_3 \rangle - \langle x_0, x_2, x_3 \rangle + \langle x_0, x_1, x_3 \rangle - \langle x_0, x_1, x_2 \rangle$  (en soortgelijk voor de 23 andere combinaties). Kijkend naar de grenzen van een tetraheder, dat wil zeggen de grenzen van de driehoeken (de zijden dus), blijkt dat elke zijde exact één keer in de positieve richting en één keer in de negatieve richting voorkomt binnen de tetraheder. Een ander interessant resultaat van de Poincaré-algebra is het aantal lager dimensionale simplexen die voorkomen als (in)directe grens van een gegeven simplex:

$$S_n = \text{heeft} \binom{n+1}{p+1} \text{grenssimplex} \text{en van dimensie } p \text{ met } (0 \leq p < n)$$

Dus  $S_2$  (driehoek) bestaat uit drie 0D-simplex (knopen) en drie 1D-simplex (zijden). De simplex  $S_3$  heeft respectievelijk 4, 6 en 4 0D, 1D en 2D-grenssimplex. Wanneer buur-simplex van gelijke dimensie worden samengevoegd dan wordt hun gemeenschappelijke grens verwijderd zoals aangegeven in fig. 2a. Neem bijvoorbeeld de buurdriehoeken  $\langle x_0, x_1, x_2 \rangle$  en  $\langle x_0, x_2, x_3 \rangle$  dan resulteert het samenvoegen van al hun grenzen (zijden) in:  $(\langle x_1, x_2 \rangle - \langle x_0, x_2 \rangle + \langle x_0, x_1 \rangle) + (\langle x_2, x_3 \rangle - \langle x_0, x_3 \rangle + \langle x_0, x_2 \rangle) = \langle x_1, x_2 \rangle + \langle x_0, x_1 \rangle + \langle x_2, x_3 \rangle - \langle x_0, x_3 \rangle = \langle x_1, x_2 \rangle + \langle x_0, x_1 \rangle + \langle x_2, x_3 \rangle + \langle x_3, x_0 \rangle$ . Merk dus op dat de gemeenschappelijke grens  $\langle x_0, x_2 \rangle$  is verdwenen. Op een zelfde wijze resulteert het samenvoegen van twee buurt-tetraheders  $\langle x_0, x_1, x_2, x_3 \rangle$  en  $\langle x_0, x_2, x_4, x_3 \rangle$  en het optellen van hun grenzen (driehoeken) in  $\langle x_1, x_2, x_3 \rangle + \langle x_0, x_1, x_3 \rangle + \langle x_2, x_1, x_0 \rangle + \langle x_2, x_4, x_3 \rangle + \langle x_3, x_4, x_0 \rangle + \langle x_4, x_3, x_0 \rangle$ .

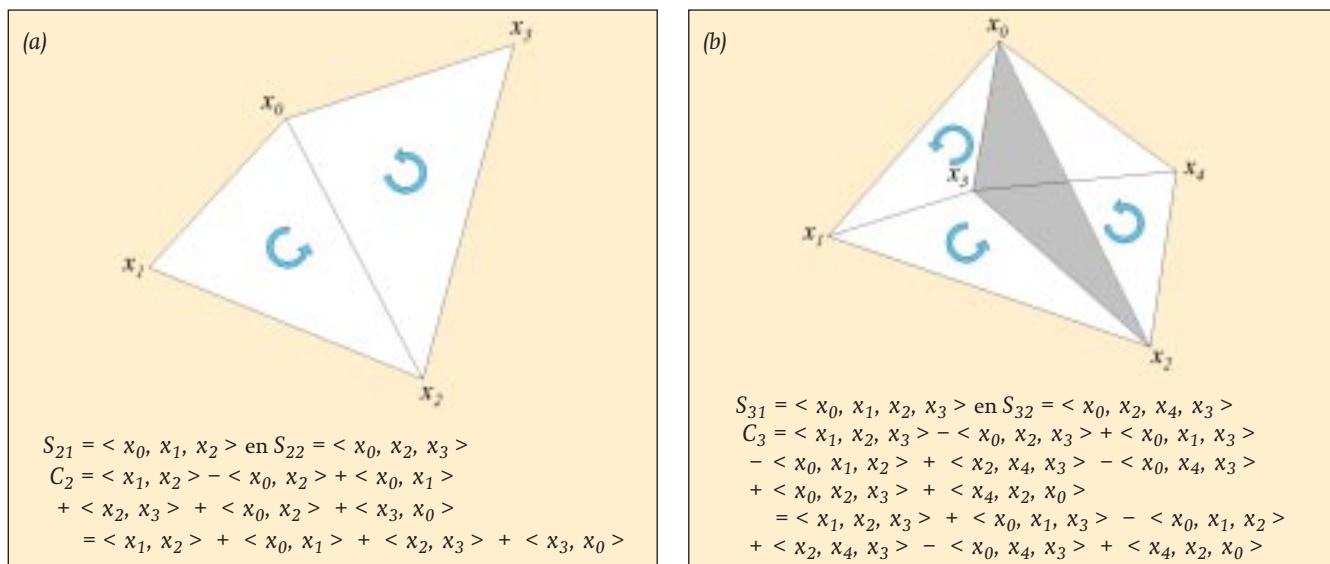
$x_2, x_0 \rangle$ . Wanneer ook hier weer naar de zijden wordt gekeken dan valt het op dat elke zijde één keer in positieve en één keer in negatieve richting wordt gebruikt.

De samengevoegde buur n-simplex worden een 'simplicial complex' of n-cell genoemd. Het is goed mogelijk om een topologische structuur te bouwen voor een verzameling verbonden n-simplex (inclusief al hun lager dimensionale grenzen: 0, ..., n-1 simplex) die het n-dimensionale domein geheel opdeelt. In 3D wordt dit het tetraheder netwerk (TEN) genoemd. Binnen zo'n netwerk is het niet alleen interessant om naar de grens van een simplex te kijken maar ook naar de co-grens, oftewel van welke hoger dimensionale simplex de gegeven simplex zelf een grens is. Zo bestaat bijvoorbeeld de grens van een driehoek uit drie zijden en de co-grens van de driehoek uit twee tetraheders. Op soortgelijke manier bestaat de grens van een zijde uit twee knopen en de co-grens uit twee of meer driehoeken.

### 3D-topografie model gebaseerd op een TEN

Redelijk dicht bij dit model komen de implementaties in Panda [Egenhofer et al, 1989] en Oracle Spatial; beiden gaan echter maar tot twee dimensies en zijn gebaseerd op complexen (samengevoegde buur-simplex van eenzelfde dimensie, of te wel de n-cellen) en niet op de simplex zelf. Er zijn drie verschillende conceptuele TEN-modellen ontwikkeld. Hoewel deze alle drie ongeveer een gelijke be-

Fig. 2. Samengevoegde simplex buren vormen een complex in (a) 2D en (b) 3D.



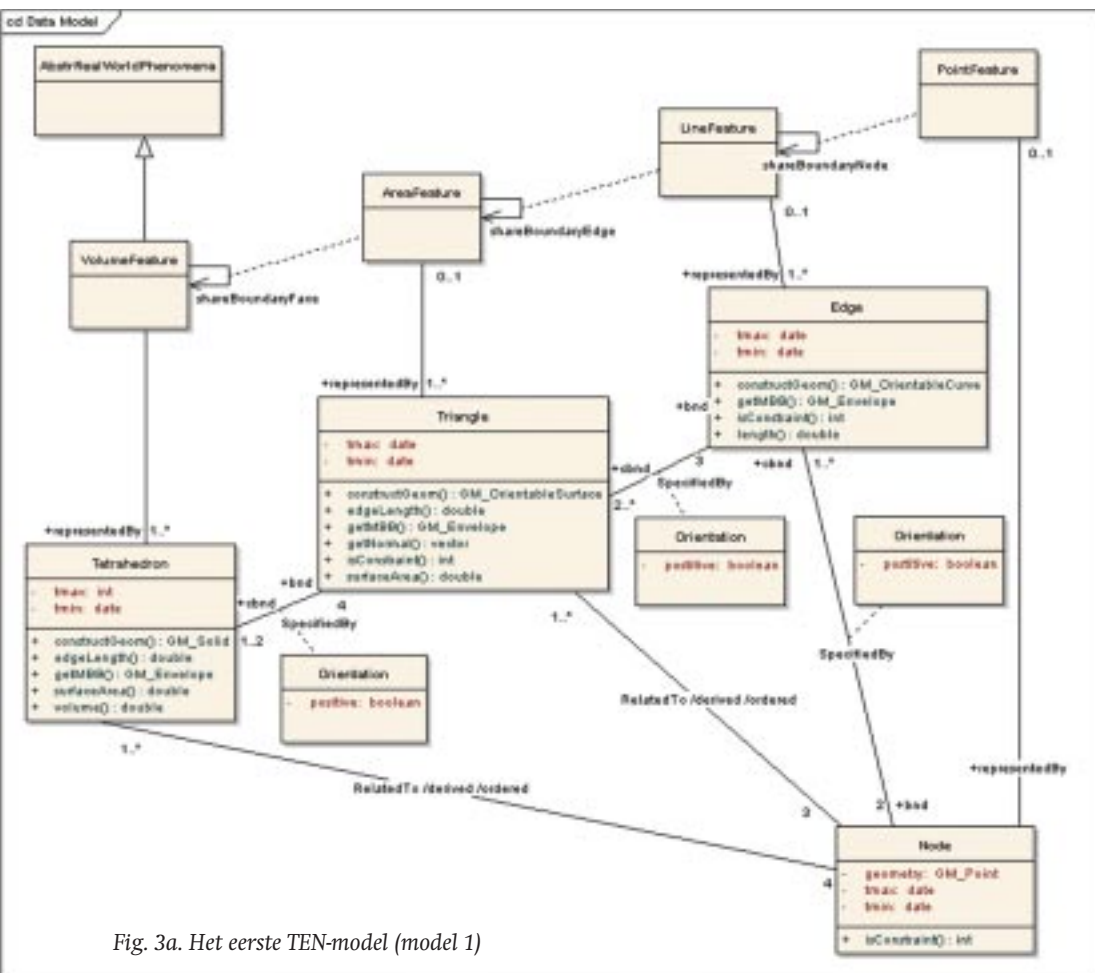


Fig. 3a. Het eerste TEN-model (model 1)

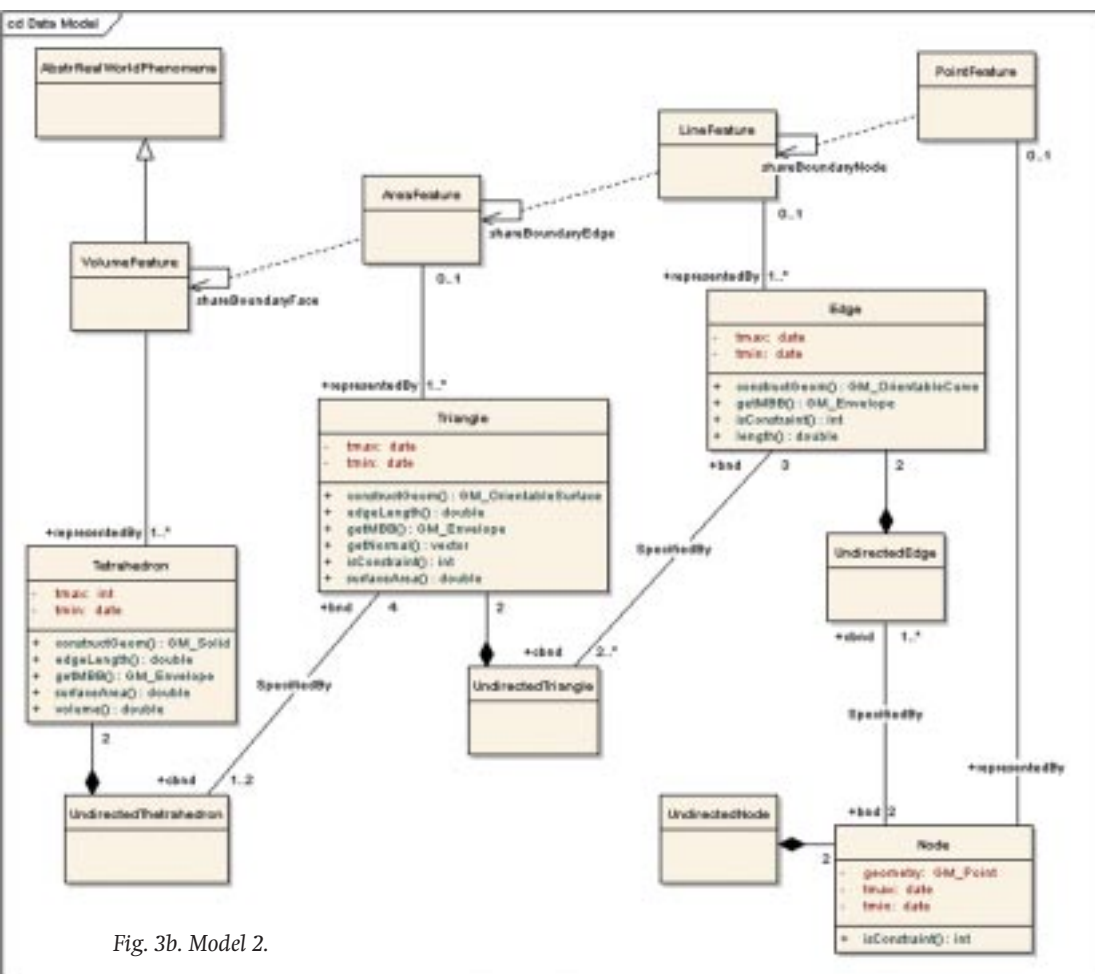


Fig. 3b. Model 2.

doeling hebben, zijn de verschillen toch opvallend. Daar een conceptueel model de start van een implementatie vormt, zijn deze verschillen wel belangrijk. Het eerste model is een min of meer intuïtieve modellering van een TEN (fig. 3a): de primitieven zijn gericht (positief) en de grens/cogrens associaties tussen knoop en zijde, zijde en driehoek en driehoek en tetraeder zijn van een teken voorzien via de associatieklasse 'Orientation'. Een efficiënte implementatie zal waarschijnlijk geen expliciete extra klassen gebruiken maar de verwijzingen van teken (+/-) voorzien. De associatie tussen tetraeder (of driehoek) en knoop kan worden afgeleid (en geeft de juiste ordening van de knopen).

Het tweede model (fig. 3b) is een variant op het eerste model maar in plaats van associatieklassen zijn er nu extra klassen geïntroduceerd: de ongerichte versie van hun gerichte tegenhangers. Net als bij het eerste model kunnen nu ook weer de associaties tussen tetraeder (of driehoek) en knoop worden afgeleid. Het derde model (fig. 3c) is direct gebaseerd op de Poincaré algebra: directe associaties tussen knoop en alle drie de andere primitieven (zijde, driehoek en tetraeder). De ordening van de knopen is hierbij belangrijk want deze definieert tevens de oriëntatie. De andere associaties (tussen tetraeder en driehoek en tussen driehoek en zijde) kunnen worden afgeleid inclusief de richting/oriëntatie. De belangrijkste verschillen tussen de drie modellen zijn: (1) welke associaties worden expliciet opgeslagen en welke worden afgeleid? (2) in geval van georiënteerde associaties (verwijzingen),



- 2-3 bistellar omklappen;
- 4-4 bistellar omklappen.

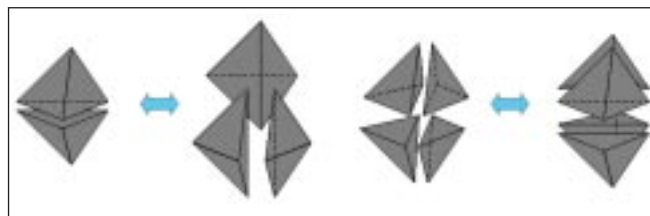
## Conclusie

Het uitbreiden van het topografische gegevensmodel is vooral relevant voor grootschalige topografie. Gezien de omvang en het belang van deze gegevens zijn het garanderen van de integriteit en het bieden van een goede performance van groot belang. Daarom moeten deze gegevens in een DBMS worden beheerd in een gegevensmodel dat is gebaseerd op de Poincaré-algebra. De TEN-structuur is geschikt vanwege de eigenschappen als goed gedefinieerde driehoeken (per definitie vlak), topologische structuur, goede onderhoudbaarheid, visualisatie gebaseerd op driehoeken, en de mogelijkheid om meer complexe objecten te vormen (door het samenvoegen van tetraheders). Het gepresenteerde conceptuele model is de basis voor een toekomstige implementatie in Oracle en er zullen een aantal verschillende prototypen op gebaseerd worden. Bovendien zal naast de derde dimensie ook het temporele aspect in dit model worden meegenomen. ■

## Literatuur

- Carlson, E., *Three-dimensional conceptual modeling of subsurface structures*. In: Auto-Cart 1987-8, p. 336-345
- Egenhofer, M. and Andrew, F., *PANDA: An Extensible DBMS Supporting Object-Oriented Software Techniques Database Systems in Office, Engineering, and Science*, Zurich, Switzerland, T. Harder (ed.), Informatik Fachberichte, 1989-204, Springer-Verlag, p. 74-79
- van der Most, A., *An algorithm for overlaying 3D features using a tetrahedral network* Master's Thesis TU Delft, 2004.
- Shewchuk, J.R., *Delaunay refinement mesh generation*, PhD thesis, Carnegie Mellon University, 1997.
- Vosselman, G., *Sensing Geo-information*, Inaugural address, ITC Enschede, 2005
- Zlatanova, S., A.A. Rahman, W. Shi, *Topology for 3D spatial objects*, International Symposium and Exhibition on Geoinformation 2002, 22-24 October, Kuala Lumpur (Maleisië).

Fig. 5. Omklappen in 3D: 2-3 bistellar omklappen (links) en 4-4 bistellar omklappen (rechts) (bron: van der Most 2004).



## Samenvatting

### Een TEN-gebaseerde aanpak voor 3D-topografie

Vergrote bewustwording van het belang van duurzame ontwikkelingen verhoogt de behoefte aan 3D-plannings- en -analyse mogelijkheden. Topografische producten moeten daarom worden uitgebreid naar de derde dimensie. In dit artikel wordt een nieuw 3D-topologisch datamodel gepresenteerd gebaseerd op de wiskundige theorie van de Poincaré algebra. De interne structuur bestaat uit een netwerk van simplexen (knopen, zijden, driehoeken en tetraheders), die goed gedefinieerd zijn, en zeer geschikt zijn voor het consistent bijhouden van de 3D-data. Complete 3D-objecten bestaan uit een verzameling van deze simplexen.

### TREFWOORDEN

GIS-technologie, modellering van gegevens, theorie

## Summary

### A TEN-based approach for 3D topography

Increased awareness of the importance of sustainable developments has raised the need of 3D planning and analysis. Thus, topographic products have to be extended into the third dimension. This article presents a new 3D topological data model based on the mathematical theory of Poincaré algebra. The internal structure is a network of simplices (nodes, edges, triangles and tetrahedrons) that are well defined, and are very appropriate for the consistent maintenance of 3D data. Complete 3D objects are made up of a collection of these simplices.

### KEYWORDS

GIS technology, data modelling, theory

## Résumé

### Une approche TEN pour la topographie 3D

La prise de conscience de l'importance des développements durables augmente les possibilités de planification et d'analyse 3D. Les produits topographiques doivent pour cela être élargis à la 3ème dimension. Un nouveau modèle topographique 3D basé sur la théorie mathématique de l'algèbre de Poincaré est présenté dans cet article. La structure interne comprend un réseau de simplex (nœuds, arcs, triangles, tétraèdres) bien défini et très approprié pour une tenue cohérente des données 3D. Les objets 3D contiennent une collection de ces simplex.

### MOTS CLÉS

Technologie SIG, modélisation des données, théorie